

KETERBELITAN KUANTUM (*QUANTUM ENTANGLEMENT*)

Anita Yuan^{*1}, Caesnan Marendra Grahan Leditto², Richard Tao Roni Hutangalung³
PROGRAM STUDI FISIKA FAKULTAS SAINS DAN KOMPUTER
UNIVERSITAS KRISTEN IMMANUEL YOGYAKARTA

Jl Solo Km 11.11 Yogyakarta, telp/fax : (0274) 496256

e-mail: yuananita18@gmail.com^{*1}, caesnan@ukrimuniversity.ac.id², r_tao_rh@ukrimuniversity.ac.id³

Abstrak

Telah dilakukan kajian mengenai keterbelitan kuantum. Keterbelitan kuantum adalah suatu fenomena yang tidak dapat dijelaskan oleh fisika klasik. Kajian ini menyajikan kerangka matematika mekanika kuantum untuk menguraikan fenomena keterbelitan, mengulas aspek-aspek dasar termasuk deteksi dan kualifikasi keterbelitan, dan memberikan gambaran singkat untuk penerapan fenomena ini. Secara khusus, penulis membahas berbagai manifestasi keterbelitan melalui ketidaksetaraan Bell, penyusutan matriks operator kerapatan, entropi von Neumann, dan konkuransi dalam sistem bipartit.

Keterbelitan kuantum sangat berguna bagi perkembangan dalam bidang pemrosesan informasi saat ini, diantaranya terdapat komputasi kuantum, kriptografi kuantum, *dence coding*, dan teleportasi kuantum. Keterbelitan kuantum berperan sebagai bahan dasar dari informasi kuantum. Tujuan dari kajian ini adalah untuk memberikan gambaran matematis dasar tentang keterbelitan sebagai jalan masuk penting untuk membangun teknologi informasi yang semakin canggih.

Kata kunci : mekanika kuantum, kuantum bit (qubit), operator kerapatan.

Abstract

A study of quantum entanglement has been carried out. Quantum entanglement is a phenomenon that cannot be explained by classical physics. This study presents a mathematical framework of quantum mechanics to describe the phenomenon of entanglement, reviewing basic aspects including detection and qualification of constraints, and provides a brief overview for the application of this phenomenon. In particular, the author discusses various manifestations of entanglement through Bell's inequality, matrix operator density, von Neumann entropy, and insurance in a bipartite system.

Quantum entanglement is very useful for developments in the field of information processing today, including quantum computing, quantum cryptography, *dence coding*, and quantum teleportation. Quantum entanglement acts as the basic material of quantum information. The purpose of this study is to provide a basic mathematical picture of entanglement as an important entry point for building increasingly sophisticated information technology.

Keywords: quantum mechanics, quantum bit (qubit), density operator.

1. PENDAHULUAN

Peran fisika dalam kemajuan teknologi sangat penting. Salah satu dari sekian banyak kemajuan teknologi yang terjadi saat ini terdapat dalam bidang informasi dan komunikasi. Teknologi informasi dan komunikasi telah mengalami perkembangan dengan mengadopsi fenomena mekanika kuantum. Komputer kuantum merupakan salah satu contoh dari perkembangan

teknologi informasi dan komunikasi yang memanfaatkan fenomena mekanika kuantum yaitu keterbelitan kuantum.

Dalam mekanika kuantum, keterbelitan kuantum (*quantum entanglement*) secara harafiah sebagai hubungan rumit antara dua atau lebih partikel. Einstein menyebutnya sebagai “*spooky action at a distance*” sampai Schrodinger memperkenalkan istilah “keterbelitan” untuk pertama kali. Fenomena keterbelitan ini tidak dapat dijelaskan dengan cara pandang mekanika klasik, sampai kemudian pemahaman baru yang datang bersama mekanika kuantum dapat memberi penjelasan. Ada berbagai fenomena menarik lainnya yang melibatkan keterbelitan misalnya teleportasi dan kriptografi kuantum. Untuk dapat mengimbangi permintaan teknologi, teori informasi kuantum dapat berfungsi sebagai konsep masa depan pemrosesan informasi dan perangkat komunikasi. Prinsip kerja komputer kuantum dilandaskan pada mekanisme sistem kuantum. Dengan demikian, memahami sistem kuantum merupakan jalan masuk penting membangun komputer kuantum dan teknologi lainnya.

2. METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan metode “*studi literatur*”, pengumpulan informasi dilakukan dengan cara mencari bahan-bahan kepustakaan sebagai landasan teori yang berhubungan dengan objek penelitian. Pembahasan dilakukan dengan mempelajari berbagai literatur seperti buku-buku cetak, *e-book*, karya tulis yang disajikan dalam bentuk jurnal, laporan penelitian serta konsultasi dengan dosen pembimbing. Informasi yang sudah didapatkan akan dianalisis dan ditarik kesimpulan.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Postulat-Postulat dalam Mekanika Kuantum

[1,2] Formalisme mekanika kuantum didasarkan pada sejumlah postulat. Postulat-postulat ini tidak dapat diturunkan, melainkan hasil percobaan atau pengamatan eksperimental. Postulat-postulat tersebut adalah :

3.1.1. Postulat 1

“Setiap keadaan kuantum dari sistem fisis diwakili oleh vektor yang dikenal sebagai vektor ket $|\psi\rangle$ di dalam ruang Hilbert.”

3.1.2. Postulat 2

“Sesuatu yang akan diamati (posisi, momentum, energi dan lain-lain) disebut variabel yang dapat diamati (observables) A , akan diwakili oleh Operator $\hat{A}$ yang bekerja pada vektor keadaan di dalam ruang Hilbert.”

3.1.3. Postulat 3

“Hasil yang mungkin dari pengukuran fisis observable A adalah salah satu dari nilai eigen dari operator $\hat{A}$ yang sesuai dan bersifat probabilistik.”

3.1.4. Postulat 4

“Semua keadaan kuantum dapat dinyatakan dalam keadaan superposisi dari semua keadaan eigen dari suatu operator.”

3.1.5. Postulat 5

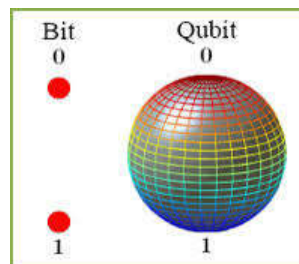
“Semua keadaan kuantum berevolusi terhadap waktu berdasarkan persamaan Scrodinger gayut waktu.”

3.1.6. Postulat 6

“Pengukuran pada sistem kuantum akan mereduksi keadaan kuantum menjadi salah satu keadaan eigen.”

3.2. Kuantum Bit

Kuantum bit (kubit) adalah sistem mekanika kuantum dua tingkat yang merupakan salah satu sistem kuantum paling sederhana yang menunjukkan kekhasan mekanika kuantum. Sebuah kubit adalah unit dasar informasi kuantum dalam komputasi kuantum. Kubit merupakan versi kuantum dari digit biner atau bit komputasi klasik [3]. Implementasi fisis dari sistem kubit diantaranya dapat berasal dari atom 2 tingkat, ion dengan 2 tingkat energi, polarisasi partikel spin $-\frac{1}{2}$, polarisasi foton tunggal (horizontal dengan vertikal, putaran ke kiri dengan putaran ke kiri) [4].



Gambar 1. Bit dan Kubit

Sama seperti bit klasik memiliki keadaan 0 atau 1, keadaan yang mungkin untuk kubit adalah $|0\rangle$ dan atau $|1\rangle$. Notasi seperti ini disebut sebagai *basis komputasional*, dan sering dijumpai dalam mekanika kuantum karena merupakan basis standar. Perbedaan antara bit-bit dalam klasik dengan kubit-kubit pada kuantum adalah bahwa dimungkinkan dapat membentuk kombinasi linear dari keadaan $|0\rangle$ sekaligus $|1\rangle$, yang sering disebut *superposisi* [3].

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \quad (1)$$

Dalam pengukuran, akan didapatkan hasil untuk keadaan $|0\rangle$ dengan probabilitas $|\alpha|^2$, atau keadaan $|1\rangle$ dengan probabilitas $|\beta|^2$. Secara alami, jumlah probabilitas adalah bernilai satu, dapat dinyatakan sebagai :

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1 \quad (2)$$

3.2.1. Operator Kerapatan

Dalam formulasi matematika mekanika kuantum, sebelum pengukuran tertentu dilakukan pada sistem kuantum, teori biasanya hanya memberikan distribusi probabilitas untuk hasil, dan bentuk yang diambil ini sepenuhnya ditentukan oleh keadaan kuantum, sementara *observables* menggambarkan pengukuran. Distribusi probabilitas ini muncul untuk keadaan murni (*pure state*) dan keadaan campuran (*mixed state*). Pada dasarnya, operator kerapatan, $\hat{\rho}$ (*density operator*)

banyak digunakan dalam penjelasan keterbelitan kuantum (*quantum entanglement*). Operator kerapatan merupakan operator Hermitian dengan syarat [5]:

1. Positivitas, yaitu untuk setiap $|\psi\rangle$ dalam ruang Hilbert, $\langle\psi|\hat{\rho}|\psi\rangle \geq 1$
2. Trace Operator kerapatan, $Tr \hat{\rho} = 1$

Untuk menunjukkan perbandingan keadaan murni dan campuran, maka kuadratkan operator keadaan untuk setiap keadaan dan kenakan trace [3,6]. Maka hasil yang diberikan adalah :

Keadaan Murni :

$$Tr \hat{\rho}^2 = 1 \quad (3)$$

Keadaan Campuran :

$$Tr \hat{\rho}^2 < 1 \quad (4)$$

3.2.2. Sistem Kubit Tunggal

Sistem kubit tunggal merupakan sistem mekanika kuantum dua tingkat. Sistem kubit tunggal memungkinkan adanya superposisi keadaan yang dinyatakan dalam notasi Dirac seperti dalam persamaan (1) [3].

3.2.3. Sistem Kubit Ganda

Sistem kubit ganda berarti sistem memiliki dua kubit. Jika dalam dua bit klasik maka akan ada empat kemungkinan basis, 00, 01, 10, dan 11. Demikian pula, misalnya kita memiliki sistem dua kubit maka akan ada empat keadaan basis komputasi dilambangkan dengan $|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle$. Sepasang kubit juga dapat berada dalam keadaan superposisi dari empat keadaan ini, sehingga keadaan kuantum dari dua kubit melibatkan koefisien kompleks yang berkaitan dengan masing-masing keadaan basis komputasi. Vektor keadaan yang meng-gambarkan dua kubit adalah :

$$|\phi\rangle = \alpha_{00}|00\rangle + \alpha_{01}|01\rangle + \alpha_{10}|10\rangle + \alpha_{11}|11\rangle \quad (5)$$

dengan

$$|\alpha_{00}|^2 + |\alpha_{01}|^2 + |\alpha_{10}|^2 + |\alpha_{11}|^2 = 1 \quad (6)$$

Untuk sistem dua kubit, pengukuran dapat dilakukan hanya pada sebagian kubit, katakanlah kubit pertama, maka hasil pengukuran kubit kedua dapat diprediksi: dengan menghitung kubit pertama saja memberi 0 dengan probabilitas $|\alpha_{00}|^2 + |\alpha_{01}|^2$, menjadi post-pengukuran keadaan [3] :

$$|\phi\rangle = \frac{\alpha_{00}|00\rangle + \alpha_{01}|01\rangle}{\sqrt{|\alpha_{00}|^2 + |\alpha_{01}|^2}} \quad (7)$$

3.2.4. Teorema Ketaksetaraan Bell

Salah satu pendekatan yang dapat digunakan untuk menjelaskan sistem kubit ganda yaitu teorema ketaksetaraan Bell. Keadaan Bell memiliki sifat bahwa pada pengukuran kubit pertama, seseorang memperoleh dua hasil yang mungkin, yaitu 0 dengan probabilitas 1/2, dengan post-pengukuran keadaan $|\phi\rangle = |00\rangle$, dan 1 dengan probabilitas 1/2, dengan post-pengukuran keadaan $|\phi\rangle = |11\rangle$. Akibatnya, pengukuran kubit kedua selalu memberikan hasil yang sama dengan pengukuran kubit pertama. Artinya, hasil pengukuran berkorelasi. Berdasarkan teorema

ini, maka keadaan berkorelasi Bell bagi keadaan dua kubit dapat diwakili oleh empat vektor berikut [9] :

$$|\phi_+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle) \quad (8)$$

$$|\phi_-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle - |11\rangle) \quad (9)$$

$$|\psi_+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle) \quad (10)$$

$$|\psi_-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle - |10\rangle) \quad (11)$$

3.3. Keterbelitan Kuantum

3.3.1. Deteksi Keterbelitan Keadaan Murni

Keadaan murni terbelit dapat diperiksa dengan menghitung penyusutan matriks operator kerapatan dari sistem bipartit . Metode ini sama dengan metode penguraian Schmidt dalam menentukan keadaan murni dapat dipisahkan (*separable*) atau terbelit (*entangled*) [4,9]. Dalam penguraian Schimdt, keadaan murni dapat dipisahkan memenuhi $Tr(\hat{\rho}^A)^2 = Tr(\hat{\rho}^B)^2 = 1$ [4,9]. Oleh karena itu, keadaan murni yang ‘terbelit’ dinayatakan:

$$Tr(\hat{\rho}^A)^2 = Tr(\hat{\rho}^B)^2 \neq 1 \quad (12)$$

3.3.2. Deteksi Keterbelitan Keadaan Campuran

Deteksi keterbelitan keadaan campuran memiliki beberapa metode diantaranya dengan entropi von Neumann, EWT (*Entanglement Witness Theorem*), PMT (*Positive Map Theorem*), ketaksetaraan Bell, dan PPT (*Positive Partial Transpose*) [9]. Pada bab ini, penulis hanya mengkaji salah satu metode tersebut yaitu metode entropi von Neumann.

Entropi von Neumann memungkinkan seseorang untuk mendeteksi keterbelitan dengan korelasi antara subsistem [10]. Untuk menggambarkan secara kuantitatif bagi sistem kuantum komposit, maka diperkenalkan informasi timbal balik, $S(\hat{\rho}^A: \hat{\rho}^B)$ sebagai ukuran derajat korelasi subsistem [13]. Informasi timbal balik, $S(\hat{\rho}^A: \hat{\rho}^B)$ dinyatakan dengan:

$$S(\hat{\rho}^A: \hat{\rho}^B) = S(\hat{\rho}^A) + S(\hat{\rho}^B) - S(\hat{\rho}^{AB}) \quad (13)$$

Jika sistem A dan B secara statistik tidak berkorelasi, diperoleh nilai sistem sama dengan nol. Jika nilai sistem berkorelasi lebih dari nol, $S(\hat{\rho}^A: \hat{\rho}^B) > 0$, maka sistem dikatakan berkorelasi [9]. Dari kondisi ini, sistem berkorelasi mengarah pada keterbelitan. Jadi, sistem dikatakan terbelit apabila :

$$S(\hat{\rho}^A: \hat{\rho}^B) > 0 \quad (14)$$

$$S(\hat{\rho}^A) + S(\hat{\rho}^B) - S(\hat{\rho}^A, \hat{\rho}^B) > 0 \quad (15)$$

$$S(\hat{\rho}^A) + S(\hat{\rho}^B) > S(\hat{\rho}^A, \hat{\rho}^B) \quad (16)$$

3.3.3. Kuantifikasi Keterbelitan Keadaan Murni

Bagi keadaan murni dalam sistem bipartit, cara mengukur keterbelitan yang dapat digunakan adalah menggunakan entropi von Neumann dari penyusutan matriks kerapatan dari suatu keadaan [8]. Ukuran keterbelitan dengan entropi von Neumann dinyatakan:

$$E = S(\hat{\rho}^A) = S(\hat{\rho}^B) \quad (17)$$

Dalam von Neumann bagi keadaan murni, pengukuran menghasilkan nilai sama dengan 0 untuk sistem tidak terbelit, dan sama dengan 1 untuk sistem terbelit maksimal.

Jika keadaan $|\psi\rangle$ diekspresikan dalam basis komputasional berikut:

$$|\psi\rangle = \alpha_{00}|00\rangle + \alpha_{01}|01\rangle + \alpha_{10}|10\rangle + \alpha_{11}|11\rangle$$

dengan $|\alpha_{00}|^2 + |\alpha_{01}|^2 + |\alpha_{10}|^2 + |\alpha_{11}|^2 = 1$, hubungan antara konkuransi dan keterbelitan sistem dua kubit dapat terlihat jelas dengan menemukan bahwa $|\psi\rangle$ adalah faktor dalam kasus $\alpha_{00}\alpha_{11} = \alpha_{01}\alpha_{10}$. Perbedaan antara $\alpha_{00}\alpha_{11}$ dan $\alpha_{01}\alpha_{10}$ dapat dihitung untuk mendapatkan ukuran keterbelitan. Dengan cara ini, definisi konkuransi dapat lebih jelas, dinyatakan sebagai:

$$C(|\psi\rangle) = 2|\alpha_{00}\alpha_{11} - \alpha_{01}\alpha_{10}| \quad (18)$$

$C(|\psi\rangle)$ adalah konkuransi bagi keadaan $|\psi\rangle$. Keterbelitan E adalah fungsi monoton C . Kedua-nya memiliki rentang nilai 0 hingga 1. Oleh karena itu, konkuransi dikatakan sebagai ukuran keterbelitan. Keadaan dengan $E = C = 0$ adalah tak-terbelit, jika $E = C = 1$ dikatakan terbelit maksimal [6,9,11].

Sehingga rentang nilai bagi ukuran keterbelitan dinyatakan:

$$0 \leq C \leq 1 \quad (19)$$

3.3.4. Kuantifikasi Keterbelitan Keadaan Campuran

Berdasarkan [12] persamaan eksplisit konkuransi bagi keadaan campuran adalah:

$$C(\hat{\rho}) = \max \{0, \lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 - \lambda_4\} \quad (20)$$

dengan $\lambda_i (i = 1, 2, 3, 4)$ adalah nilai eigen non-negatif dari matriks Hermitian

$$R = \sqrt{\sqrt{\hat{\rho}} \tilde{\rho} \sqrt{\hat{\rho}}} \quad (21)$$

dengan

$$\tilde{\rho} = (\sigma_y \otimes \sigma_y) \hat{\rho}^* (\sigma_y \otimes \sigma_y) \quad (22)$$

$\hat{\rho}^*$ adalah konjugat kompleks dari $\hat{\rho}$

3.4. Aplikasi Teknologi

3.4.1. Komputasi kuantum

Teori tentang komputer kuantum pertama kali dicetuskan oleh fisikawan dari Argonne National Laboratory sekitar 20 tahun lalu. Paul Benioff merupakan orang pertama yang mengaplikasikan teori fisika kuantum pada dunia komputer di tahun 1981.

Komputer kuantum memiliki potensi untuk melaksanakan berbagai perhitungan secara simultan sehingga jauh lebih cepat dari komputer digital karena komputer kuantum memanfaatkan fenomena superposisi yang dijelaskan dalam mekanika kuantum. Selain itu, komputer kuantum memanfaatkan fenomena keterbelitan kuantum sehingga memungkinkan atom-atom yang saling terhubung dalam terbelit ini akan tetap terhubung walaupun jaraknya berjauhan. Analoginya adalah atom-atom tersebut seperti sepasang manusia yang punya ‘telepati’. Jika yang satu dicubit, maka pasangannya (di mana pun ia berada) akan merasa sakit. Perlakuan terhadap salah satu atom mempengaruhi keadaan atom pasangannya. Jika yang satu memiliki spin up (diketahui setelah melakukan pengukuran) maka otomatis akan mengetahui bahwa pasangannya pasti memiliki spin down tanpa perlu mengukurnya kembali. Ini melambangkan sistem komunikasi yang super cepat. Komunikasi menggunakan komputer kuantum bisa mencapai kecepatan yang begitu luar biasa karena informasi dari satu tempat ke tempat lain dapat ditransfer secara *instant*. Begitu cepatnya sehingga terlihat seakan-akan mengalahkan kecepatan cahaya.

Saat ini perkembangan teknologi sudah semakin pesat. Pada tahun 2000, IBM merilis komputer kuantum dengan 5 kubit. Pada tahun 2007, perusahaan D-Wave asal Kanada merilis komputer kuantum dengan 16 kubit. Pada tahun 2019 IBM meluncurkan komputer kuantum yang diberi nama Q System One di Las Vegas, USA dengan 20 kubit. Dan menurut penelitian, akan dibangun komputer kuantum dengan 100 kubit.

3.4.2. Kriptografi kuantum

Kriptologi, ilmu matematika komunikasi rahasia, memiliki sejarah panjang penggunaan militer dan diplomatik yang dibedakan sejak zaman Yunani kuno. Dua tujuan utama kriptografi adalah untuk pengirim dan penerima yang dituju dapat berkomunikasi dalam bentuk yang tidak dapat dipahami oleh pihak ketiga, dan untuk otentikasi pesan membuktikan bahwa mereka tidak diubah dalam perjalanan. Kedua tujuan ini dapat dicapai dengan keamanan yang dapat dibuktikan jika pengirim dan penerima memiliki “kunci” bersama.

Masalah kriptografi yang paling dikenal adalah transmisi pesan rahasia. Prosedur ini dikenal sebagai kriptografi kuantum atau distribusi kunci kuantum (disingkat QKD). Ide dasarnya dengan memanfaatkan sifat halus mekanika kuantum seperti teorema *non-kloning* kuantum yang menyatakan bahwa sistem kuantum tidak dapat disalin, dan prinsip ketidakpastian Heisenberg yang menyatakan bahwa pengamatan pada umumnya akan mengganggu sistem yang diamati. Jadi, jika ada penguping yang berusaha mendengarkan atau menyalin ketika pengirim (Alice) dan penerima (Bob) mencoba mengirimkan kunci mereka, kehadiran penguping akan terlihat sebagai gangguan saluran komunikasi yang digunakan Alice dan Bob untuk membuat kunci. Alice dan Bob kemudian dapat membuang bit-bit kunci yang dibuat saat penguping mendengarkan, dan memulai dari awal.

Prototipe distribusi kunci kuantum pertama bekerja pada jarak 32 sentimeter pada tahun 1989. Sejak itu dua demonstrasi eksperimental tambahan telah dibuat, yang bekerja pada panjang signifikan serat optik. Sistem *bit rate* tertinggi saat ini menunjukkan pertukaran kunci aman pada 1 Mbit/s (lebih dari 20 km serat optik) dan 10 kbit/s (lebih dari 100 km serat), dicapai dengan kolaborasi antara University of Cambridge dan Toshiba menggunakan BB84 protokol dengan pulsa umpan. Pada Maret 2007 jarak terpanjang di mana distribusi kunci kuantum telah ditunjukkan menggunakan serat optik adalah 148,7 km, dicapai oleh Los Alamos National

Laboratory / NIST menggunakan protokol BB84. Secara signifikan, jarak ini cukup panjang untuk hampir semua bentang yang ditemukan di jaringan serat saat ini. Rekor jarak untuk ruang bebas QKD adalah 144 km antara dua Kepulauan Canary, dicapai oleh kolaborasi Eropa menggunakan keterbelitan foton (skema Ekert) pada tahun 2006, dan menggunakan BB84 yang ditingkatkan 2007.

3.4.3. Dense coding

Kuantum dense coding memungkinkan Alice (pengirim) mengkomunikasikan dua bit informasi klasik (00, 01, 10, dan 11) dengan mengirimkan satu kubit kepada Bob (penerima), dengan asumsi Alice dan Bob membagikan keadaan terbelit. Keterbelitan pada awalnya diperlukan untuk menciptakan keterbelitan antara kubit yang Alice dan Bob bagikan [15].

Untuk memahami tentang apa yang terjadi maka diberikan protokol berikut. Diasumsikan Alice dan Bob berada di tempat yang berbeda. Protokol dimulai dengan persiapan keadaan terbelit, yang kemudian akan dibagi antara Alice dan Bob. Misalkan keadaan Bell dalam persamaan (8). Keadaan terbelit ini akan dinyatakan dengan keterangan subsistem Alice dan Bob untuk memudahkan dalam memahami. Sehingga keadaan Bell $|\phi_+\rangle$ dinyatakan :

$$|\phi_+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0_A 0_B\rangle + |1_A 1_B\rangle)$$

Dengan menerapkan gerbang kuantum, Alice dapat mengubah keadaan terbelitnya menjadi salah satu dari empat keadaan Bell (termasuk tetap menjadi seperti awalnya). Menerapkan gerbang kuantum kepada Alice tergantung kepada pesan klasik dua bit yang ingin dikirim Alice kepada Bob. Ada empat kasus untuk pemrosesan ini yaitu [7,14]:

1. Jika Alice ingin mengirim bit klasik (00), maka ia menerapkan gerbang kuantum identitas, $\hat{I}$ ke kubitnya.

$$\hat{I} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (23)$$

2. Jika Alice ingin mengirim bit klasik (10), maka ia menerapkan gerbang kuantum *flip-fase*, $\hat{Z}$ ke kubitnya.

$$\hat{Z} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (24)$$

3. Jika Alice ingin mengirim bit klasik (01), maka ia menerapkan gerbang kuantum NOT, $\hat{X}$ ke kubitnya.

$$\hat{X} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (25)$$

4. Jika Alice ingin mengirim bit klasik (11), maka ia menerapkan gerbang kuantum $\hat{Z}.\hat{X}$ ke kubitnya.

Misalnya, Alice akan mengirim bit klasik (10), artinya keadaan terbelit Bell $|\phi_+\rangle$ dikenakan operasi gerbang kuantum *flip-fase*, $\hat{Z}$ sehingga menghasilkan keadaan

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (26)$$

$$|\phi_-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0_A 0_B\rangle - |1_A 1_B\rangle) \quad (27)$$

Setelah Alice melakukan salah satu operasi, Alice dapat mengirim kubitnya yang telah dioperasikan tersebut kepada Bob menggunakan jaringan kuantum.

Agar Bob mengetahui bit klasik yang dikirim Alice, ia akan melakukan operasi kesatuan CNOT, dengan A sebagai kontrol kubit dan B sebagai target kubit. Mula-mula, untuk menerjemahkan keadaan yang dikirim Alice, maka ia menerapkan gerbang CNOT kepada kubit Alice, $\hat{H} \otimes \hat{I}$.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (28)$$

Sehingga menjadi

$$|B_{10}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0_A 0_B\rangle - |1_A 0_B\rangle) \quad (29)$$

Selanjutnya kubit Alice dikenakan operasi gerbang Hadamard. Kubit Alice yang dikenakan gerbang Hadamard merubah seperti berikut:

$$\hat{H}|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) \quad (30)$$

$$\hat{H}|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle - |0\rangle) \quad (31)$$

Sehingga persamaan (29) menjadi:

$$|B'_{10}\rangle := \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{2}}(|0_A\rangle + |1_A\rangle) \right) \otimes |0_B\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{2}}(|0_A\rangle - |1_A\rangle) \right) \otimes |0_B\rangle \quad (32)$$

$$|B'_{10}\rangle = \frac{1}{2}(|0_A 0_B\rangle + |1_A 0_B\rangle) - \frac{1}{2}(|0_A 0_B\rangle - |1_A 0_B\rangle) \quad (33)$$

$$|B'_{10}\rangle = |1_A 0_B\rangle = |10\rangle \quad (34)$$

Maka kubit yang sampai pada Bob adalah $|10\rangle$.

Poin utama dari protokol ini adalah bahwa ia menunjukkan bagaimana pesan disimpan dalam korelasi. Jika penguping (pihak ketiga) mencuri pesan yang dikirim Alice ke Bob, ia tidak akan tahu apa-apa tentang pesan itu.

3.4.4. Teleportasi kuantum

Teleportasi kuantum merupakan transfer keadaan kuantum dari satu titik ke titik lainnya sambil menghancurkan keadaan semula [7]. Proses ini terjadi di dua lokasi berbeda. Alice memiliki kondisi awal yang akan diteleportasi kepada Bob dengan bantuan keadaan terbelit.

Berikut adalah proses teleportasi suatu keadaan sembarang dengan bantuan keadaan terbelit Alice dan Bob. Untuk memulai protokol ini, di sisi Alice sebagai pengirim memiliki dua keadaan yaitu keadaan yang akan diteleportasikan dan keadaan yang telah terbelit. Misalnya suatu keadaan sembarang yang akan diteleportasikan :

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

Selanjutnya, keadaan Bell yang digunakan adalah (persamaan 8) :

$$|\phi_+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$$

Kedua keadaan tersebut digabungkan menggunakan produk tensor, menjadi:

$$|\psi_0\rangle := \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha(|000\rangle + |011\rangle) + \beta(|100\rangle + |111\rangle)) \quad (35)$$

Selanjutnya dua kubit Alice (yang ditulis di depan) dikenakan gerbang CNOT, sehingga menjadi:

$$|\psi_1\rangle := \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha(|000\rangle + |011\rangle) + \beta(|110\rangle + |101\rangle)) \quad (36)$$

Kemudian, kubit Alice dikenakan gerbang Hadamard, sehingga menjadi:

$$|\psi_2\rangle := \frac{1}{\sqrt{2}}\left\{\alpha\left(\frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)\right) + \beta\left(\frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}(|10\rangle + |01\rangle)\right)\right\} \quad (37)$$

Pisahkan kubit Alice dan kelompokkan pada posisi Alice, dinyatakan:

$$\begin{aligned} |\psi_2\rangle := & \frac{1}{2}\{\alpha(|00\rangle|0\rangle + |01\rangle|1\rangle + |10\rangle|0\rangle + |11\rangle|1\rangle) \\ & + \beta(|01\rangle|0\rangle + |00\rangle|1\rangle - |11\rangle|0\rangle - |10\rangle|1\rangle)\} \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} |\psi_2\rangle := & \frac{1}{2}\{|00\rangle(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle) + |01\rangle(\alpha|1\rangle + \beta|0\rangle) \\ & + |10\rangle(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle) + |11\rangle(\alpha|1\rangle - \beta|0\rangle)\} \end{aligned} \quad (39)$$

Selanjutnya, Alice melakukan pengukuran sembarang, hasil pengukuran dapat berupa apa saja, kemudian hasil tersebut dikirim kepada Bob. Berdasarkan persamaan (5.17), Alice memiliki empat probabilitas hasil pengukuran. Apabila Alice mendapat hasil $|01\rangle$, maka:

$$|\psi_3\rangle := |01\rangle(\alpha|1\rangle + \beta|0\rangle) \quad (40)$$

$$|\psi_3\rangle := \alpha|1\rangle + \beta|0\rangle \quad (41)$$

Hasil pengukuran kemudian dikirim kepada Bob, selanjutnya Bob yang telah menerima hasil pengukuran akan membangun konstruksi yang sama dengan keadaan mula-mula yang akan diteleportasikan dengan mengenakan operasi gerbang kuantum NOT, $\hat{X}$.

$$\hat{X}|\psi_3\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta \\ \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \quad (42)$$

Sehingga, persamaan (41) berubah menjadi

$$|\psi_3\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle = |\psi\rangle \quad (43)$$

Teleportasi kuantum tidak menghasilkan dua salinan keadaan. Informasi kuantum tidak dapat disalin, ini dikenal sebagai *non-cloning theorem*, yang dibuktikan pada 1982 oleh Wootters dan Wojciech H. Zurek dari Los Alamos National Laboratory [14]. (Jika kita bisa mengkloning status kuantum, kita bisa memakai kloning-kloning itu untuk melanggar prinsip Heisenberg.) Pengukuran Alice sesungguhnya menjerat keadaan A dengan keadaan sembarang, sehingga keadaan sembarang kehilangan semua memori, boleh kita bilang, status awalnya.

4. KESIMPULAN

Keterbelitan kuantum menunjukkan korelasi antara dua partikel atau dua subsistem (sistem bipartit) yang kemudian diklasifikasikan sebagai sifat non-klasik karena faktanya bahwa fenomena ini tidak dapat dijelaskan dengan cara pandang mekanika klasik. Keterbelitan kuantum menyediakan sumber daya teori informasi dan komunikasi kuantum. Namun, beberapa konsep dasar dari aspek teoritis belum terpecahkan dan masih dapat diperdebatkan. Misalnya, definisi tingkat keterbelitan *multipartit* pada keadaan murni dan campuran masih dibahas dalam berbagai penelitian dan *paper*. Ada lebih banyak pengetahuan yang masih harus ditemukan tentang teori keterbelitan yang sebelumnya telah dieksplorasi oleh para peneliti di bidang mekanika kuantum dan ilmu informasi kuantum, dan masih dapat dikembangkan lebih lanjut. Namun, dengan perkembangan yang saat ini, keterbelitan telah memberi sumbangsi besar bagi teknologi global. Singkatnya, keterbelitan kuantum memiliki banyak keuntungan dan tantangan dalam penerapan komunikasi kuantum global di masa depan.

5. SARAN

Kajian mengenai keterbelitan kuantum ini dapat lebih diperdalam. Misalnya, keterbelitan bagi sistem multipartit, keterbelitan keadaan kuantum dengan melibatkan lebih dari 2 kubit, dan memaparkan keterbelitan keadaan kuantum dengan dimensi yang lebih tinggi. Secara khusus, penelitian lebih lanjut dapat mencakup tugas kuantifikasi keterbelitan. Selain itu, peneliti juga dapat melakukan penelurusan lebih dalam mengenai aplikasi teknologi yang melibatkan keterbelitan kuantum secara matematis dan teknik-teknik pembangunan teknologi tersebut.

6. DAFTAR PUSTAKA

- [1] Sakurai, J. 1993. *Modern Quantum Mechanics*. CA: Addison-Wesley. San Francisco.
- [2] Zettili, N. 2001. *Quantum Mechanics, Concept and Application*. John Wiley & Sons Ltd, Chichester, Inggris.
- [3] Nielsen, M. A., Chuang, I. L. 2001. *Quantum Computation and Quantum Information*. Cambridge University Press 2000, Cambridge, UK.
- [4] Audretsch, J. 2007. *Entangled systems, new direction in quantum physics*. WILEY-VCH Verlag GmbH and Co. KGaA, Weinheim, Jerman
- [5] Leditto, Caesnan G. M. 2015. Tesis *Telaah Keterlibatan dan Evolusi Kuantum Sistem Kubit Ganda Berdasarkan Geometrisasi Mekanika Kuantum Kuaternionik Pada Untingan Hopf Kuaternionik dan Permukaan Bola Eksotik Gromoll-Meyer*. Universitas Gadjah Mada Yogyakarta, Indonesia.

-
- [6] Syahida, A. 2013. *Quantum Entanglement Criteria*. University of Malay, Kuala Lumpur.
 - [7] Horodecki, R., Horodecki, P., Horodecki, M., Horodecki, K. 2007. *Quantum Entanglement*. arXiv:quant-ph/0702225v2
 - [8] Kurzyk, D. 2012. Introduction to Quantum Entanglement. *Theoretical and Applied Informatics*. Vol 24, No. 2. Gliwice, Polandia.
 - [9] Krammer, P. Thesis *Quantum Entanglement: Detection, Classification, and Quantification*. Universität Wien, Austria.
 - [10] Bengtsson, I., Życzkowski, K. 2006. *Geometry of Quantum States: An Introduction to Quantum Entanglement*. Cambridge University Press, New York, USA.
 - [11] Gühne, O., Tóth, G. 2007. *Entanglement Detection*. arXiv:0811.2803v3 [quant-ph]
 - [12] Wootters, W. K. 2001. Entanglement Of Formation And Concurrence. *Quantum Information and Computation*. Vol. 1, No. 1 (2001) 27-44. USA
 - [13] Jaeger, G. 2009. *Entanglement, Information, and The Interpretation Of Quantum Mechanics*. Springer, Verlag, Berlin.
 - [14] Mishima, K. 2012. Quantum Computing and Optimal Control Theory. *Some Applications Of Quantum Mechanic*. Hal 335. Tokyo, Jepang
 - [15] Guo, Y., Liu, B. H., Li, C. F., Guo, G. C. 2019. Advances in quantum dense coding. arXiv:1904.12252v1 [quant-ph].