

EFEK ARUS LISTRIK AKIBAT RESISTOR KAPASITOR dan INDUKTOR pada TEGANGAN LISTRIK TETAP

Richard Tao Roni Hutagalung*¹

PROGRAM STUDI FISIKA FAKULTAS SAINS DAN KOMPUTER
UNIVERSITAS KRISTEN IMMANUEL YOGYAKARTA

Jl Solo Km 11.11 Yogyakarta, telp/fax : (0274) 496256

e-mail: *¹r_tao_rh@ukrimuniversity.ac.id

Abstrak

Di sini, akan dibahas bagaimana pengaruh resistor, kapasitor, dan induktor yang dirangkai seri apabila dipasang sumber tegangan tetap yang juga dirangkai seri. Arus listrik yang mengalir pada rangkaian sederhana tersebut akan dicari dengan cara menyelesaikan persamaan diferensial orde-2, yaitu hukum Kirchoff I (hukum tegangan Kirchoff). Berdasarkan analisis dan perumusan, maka diketahui bahwa arus listrik yang dihasilkan tidaklah bergantung pada tegangan konstan tersebut.

Kata kunci—resistor, kapasitor, induktor, tegangan, arus

Abstract

Here will be explained how the affect of resistor, capacitor, and inductor which be joined in series if there is plugged a source of voltage which be also joined in series. The current which flows in the simple circuit will be found by solving 2nd order differential equation, that is Kirchoff law I (Kirchoff law of voltage). Based to analytics and formulation, it is known that the electrical current does not depend to the constan voltage.

Keywords—resistor, capacitor, inductor, voltage, current

1. PENDAHULUAN

Biasanya, kapasitor dan induktor dipakai dalam rangkaian arus dan tegangan listrik bolak-balik. (Muslim, Zahara, 1996) Tetapi, di sini akan dibahas bagaimana seandainya kapasitor dan induktor digunakan dalam rangkaian seri yang mana padanya dipasang tegangan listrik tetap, termasuk nol. (Edminister, Joseph, 1979) Ini sangat misterius, sebab apabila pada tegangan listrik nol, tetap muncul arus listrik, maka tentulah tidak dibutuhkan sumber tegangan untuk menghasilkan arus. (Smith, Ralph, 1984)

2. METODE PENELITIAN

Apabila pada suatu rangkaian listrik seri dipasang sebuah tegangan V yang bergantung pada waktu t , maka tentu mengalirlah arus listrik I yang bergantung pada waktu t pula, sehingga tegangan pada resistor R adalah

$$V_R := RI \quad (1)$$

tegangan pada induktor L adalah

$$V_L := L \frac{dI}{dt} \quad (2)$$

serta tegangan pada kapasitor C adalah

$$V_C := V_{C0} + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t I dt \quad (3)$$

di mana V_{C0} adalah tegangan kapasitor saat $t = t_0$. (Hirose, Akira, 1985) Menurut hukum Kirchoff I, diperoleh kaitan

$$V_R + V_L + V_C = V \quad (4)$$

yang merupakan hukum tegangan Kirchoff. (Muslim & Zahara M., 2004)

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Apabila resistor R , kapasitor C , dan induktor L , dirangkai seri pada rangkaian tegangan searah $V = V_0$ yang tetap, maka menurut hukum Kirchoff I, haruslah

$$RI + L \frac{dI}{dt} + V_{C0} + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t I dt = V_0 \quad (5)$$

di mana I adalah arus listrik yang bergantung pada waktu t , serta V_{C0} adalah tegangan pada kapasitor pada saat $t = t_0$. (Ayres, Frank, 1981) Apabila Q adalah muatan listrik yang menembus penampang kawat rangkaian, maka (Wangsness, Roald K., 1975)

$$I := \frac{dQ}{dt} \quad (6)$$

sehingga menurut teorema fundamental kalkulus, persamaan (5) menjadi

$$R \frac{dQ}{dt} + L \frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{1}{C} Q = V_0. \quad (7)$$

(Soemartojo, Noenik, 1984)

Apabila didefinisikan

$$Q := Q_p + Q_c \quad (8)$$

sedemikian rupa sehingga

$$L\ddot{Q} + R\dot{Q} + \frac{1}{C}Q = V_0 \quad (9)$$

lalu

$$L\ddot{Q}_p + R\dot{Q}_p + \frac{1}{C}Q_p = 0 \quad (10)$$

serta

$$L\ddot{Q}_c + R\dot{Q}_c + \frac{1}{C}Q_c = V_0 \quad (11)$$

maka diperoleh penyelesaian

$$Q_p = A_+ e^{\alpha_+ t} + A_- e^{\alpha_- t} \quad (12)$$

di mana (menurut rumus abc) (Boas, Mary L., 1983)

$$\alpha_{\pm} := \frac{-R \pm \sqrt{R^2 - 4L/C}}{2L} \quad (13)$$

serta sebuah ansat yang diduga penyelesaian dari persamaan (11), yaitu

$$Q_c := A_0 + A_1 t + A_2 t^2. \quad (14)$$

Substitusi persamaan (14) ke persamaan (11) menghasilkan

$$2LA_2 + R(A_1 + 2A_2 t) + \frac{1}{C}(A_0 + A_1 t + A_2 t^2) = V_0. \quad (15)$$

Karena himpunan $\{1, t, t^2\}$ bebas linier, maka dari persamaan (15) diperoleh

$$\begin{aligned} 2LA_2 + RA_1 + \frac{1}{C}A_0 &= V_0 \\ 2RA_2 + \frac{1}{C}A_1 &= 0 \\ \frac{1}{C}A_2 &= 0 \end{aligned} \quad (16)$$

(Soemartojo, Noenik, 1984)

Penyajian matriks dari sistem persamaan (16) adalah

$$\begin{bmatrix} 2L & R & 1/C \\ 2R & 1/C & 0 \\ 1/C & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 \\ A_1 \\ A_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (17)$$

(Arfken & Weber, 2005)

Untuk menyelesaikan persamaan (17) dengan aturan Cramer, perlulah didefinisikan

$$\Delta := \begin{vmatrix} 2L & R & 1/C \\ 2R & 1/C & 0 \\ 1/C & 0 & 0 \end{vmatrix} = -\frac{1}{C^3} \quad (18)$$

sedemikian rupa sehingga

$$A_2 \Delta := \begin{vmatrix} V_0 & R & 1/C \\ 0 & 1/C & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0 \quad (19)$$

lalu

$$A_1 \Delta := \begin{vmatrix} 2L & V_0 & 1/C \\ 2R & 0 & 0 \\ 1/C & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0 \quad (20)$$

lalu

$$A_0\Delta := \begin{vmatrix} 2L & R & V_0 \\ 2R & 1/C & 0 \\ 1/C & 0 & 0 \end{vmatrix} = -\frac{V_0}{C^2} \quad (21)$$

sehingga

$$A_0 = V_0 C. \quad (22)$$

Oleh karena itu, dari persamaan (8) dan (14), diperoleh muatan listrik

$$Q = A_+ e^{\alpha_+ t} + A_- e^{\alpha_- t} + V_0 C \quad (23)$$

serta arus listrik

$$I = \frac{dQ}{dt} = \alpha_+ A_+ e^{\alpha_+ t} + \alpha_- A_- e^{\alpha_- t}. \quad (24)$$

Arus listrik mula-mula, yaitu pada saat $t = 0$, adalah

$$I_0 = \alpha_+ A_+ + \alpha_- A_-. \quad (25)$$

Tentu saja, dari persamaan (24), laju kuat arus listriknya adalah

$$\dot{I} := \frac{dI}{dt} = \alpha_+^2 A_+ e^{\alpha_+ t} + \alpha_-^2 A_- e^{\alpha_- t} \quad (26)$$

sehingga laju arus listrik mula-mula, yaitu pada saat $t = 0$, adalah

$$(\dot{I})_0 = \alpha_+^2 A_+ + \alpha_-^2 A_-. \quad (27)$$

Persamaan (25) dan (27) dapat disajikan dalam bentuk matriks, yaitu

$$\begin{bmatrix} \alpha_+ & \alpha_- \\ \alpha_+^2 & \alpha_-^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_+ \\ A_- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_0 \\ (\dot{I})_0 \end{bmatrix}. \quad (28)$$

Persamaan (28) dapat diselesaikan dengan aturan Cramer dengan mendefinisikan

$$D := \begin{vmatrix} \alpha_+ & \alpha_- \\ \alpha_+^2 & \alpha_-^2 \end{vmatrix} = \alpha_+ \alpha_- (\alpha_- - \alpha_+) \quad (29)$$

lalu

$$A_+ D := \begin{vmatrix} I_0 & \alpha_- \\ (\dot{I})_0 & \alpha_-^2 \end{vmatrix} = \alpha_- (\alpha_- I_0 - (\dot{I})_0) \quad (30)$$

lalu

$$A_- D := \begin{vmatrix} \alpha_+ & I_0 \\ \alpha_+^2 & (\dot{I})_0 \end{vmatrix} = \alpha_+ ((\dot{I})_0 - \alpha_+ I_0) \quad (31)$$

sehingga

$$A_+ = \frac{\alpha_- I_0 - (\dot{I})_0}{\alpha_+ (\alpha_- - \alpha_+)} \quad (32)$$

dan

$$A_- = \frac{(i)_0 - \alpha_+ I_0}{\alpha_- (\alpha_- - \alpha_+)} \quad (33)$$

Substitusi persamaan (32) dan (33) ke persamaan (24) menghasilkan

$$I = \frac{\alpha_- I_0 - (i)_0}{\alpha_- - \alpha_+} e^{\alpha_+ t} + \frac{(i)_0 - \alpha_+ I_0}{\alpha_- - \alpha_+} e^{\alpha_- t} \quad (34)$$

alias

$$I = \frac{((i)_0 - \alpha_- I_0) e^{\alpha_+ t} + (\alpha_+ I_0 - (i)_0) e^{\alpha_- t}}{\alpha_+ - \alpha_-} \quad (35)$$

4. KESIMPULAN

Ternyata, arus listrik yang dihasilkan pada rangkaian RLC seri pada tegangan tetap, itu tidaklah bergantung pada besarnya tegangan tetap tersebut, sehingga apabila tegangan tetap tersebut bernilai nol, tetaplah muncul arus listrik yang secara umum bergantung pada waktu dan arus awal. Impedansi Z pengganti resistor, kapasitor, dan induktor tersebut tentu saja dapat dicari dengan cara membagi tegangan listrik V dengan arus listrik I , yaitu $Z = V/I = V_0/I$. Berdasarkan analisis dan perumusan, maka diketahui bahwa arus listrik yang dihasilkan tidaklah bergantung pada tegangan konstan tersebut.

Penelitian lebih lanjut hendaknya merangkai resistor, induktor, dan kapasitor secara paralel, alih-alih seri, serta dapat dipasang bentuk tegangan lain yang secara umum bergantung pada waktu. Selain itu, hendaknya dapat pula dirangkai rangkaian campuran.

6. DAFTAR PUSTAKA

- [1] Boas, Mary L., 1983, *Mathematical Methods in the Physical Sciences*, John Wiley & Sons, New York
- [2] Muslim & Zahara M., 2004, *Seri Fisika Dasar Bagian II : Listrik-Magnet*, Lab. Fisika Atom dan Inti, Yogyakarta
- [3] Wangsness, Roald K., 1975, *Electromagnetics Fields*, John Wiley & Sons, New York.
- [4] Arfken & Weber, 2005, *Mathematical Methods for Physicist*, Elsevier Academic Press, San Diego, California
- [5] Hirose, Akira, 1985, *Introduction to Wave Phenomena*, John Wiley & Sons, New York.
- [6] Smith, Ralph, 1984, *Circuits, Devices, and Systems*, John Wiley & Sons, New York.
- [7] Soemartojo, Noenik, 1984, *Kalkulus Lanjutan*, UI-Press, Jakarta.
- [8] Ayres, Frank, 1981, *Theory and Problems of Differential Equations*, McGraw-Hill, London.
- [9] Edminister, Joseph, 1979, *Electromagnetics*, McGraw-Hill, London.
- [10] Muslim, Zahara, 1996, *Getaran dan Gelombang*, Lab. Fisika UGM, Yogyakarta.